9 класс

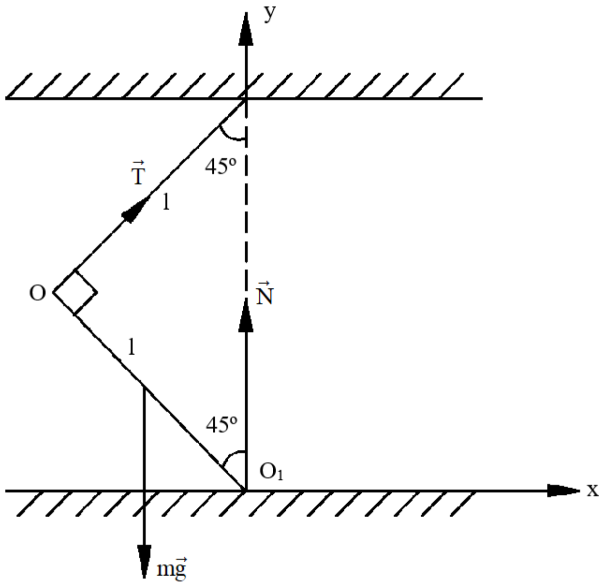
Задача №1

Время t движения катера туда и обратно: $t = \frac{l}{u-v} + \frac{l}{u+v}$, где v – скорость теплохода.

$\frac{2 \cdot l \cdot u}{u^2 - v^2} = t$; t_{min} = 24 с, $v_{max} = \sqrt{u^2 - \frac{2 \cdot l \cdot u}{t_{min}}} = \sqrt{30^2 - \frac{2 \cdot 200 \cdot 30}{24}} = 20 м/с$

Ответ: v_{max} = 20 м/с.

Задача №2



Условие равновесия стержня для моментов сил относительно точки O: $N \cdot l \cdot \cos 45° - m \cdot g \cdot \frac{l}{2} \cdot \cos 45° - F_{тр} \cdot l \cdot \sin 45° = 0$, или с учетом $F_{тр} = \mu \cdot N : (1-\mu) \cdot N = \frac{m \cdot g}{2}$ (a)

Условие равновесия стержня для проекций сил на оси O_1X и $O_1У$:

ox: $T \cdot \sin 45° = F_{тр}$, $F_{тр} = \mu \cdot N$

oy: $T \cdot \cos 45° + N = m \cdot g$; $N = \frac{m \cdot g}{\mu + 1}$, подставим в уравнение (a): $\frac{(1-\mu) \cdot m \cdot g}{\mu + 1} = \frac{m \cdot g}{2}$,

$\mu = \frac{1}{3} \approx 0,33$

Ответ: $\mu \geq 0,33$.

Задача №3

Теплота, полученная при конденсации всей массы пара: $Q_{пар} = L \cdot m_1 = 2,3 \cdot 10^6 \cdot 0,2 = 4,6 \cdot 10^5$ Дж

Теплота плавления льда $Q_{пл} = \lambda \cdot m_2 = 3,3 \cdot 10^5 \cdot 0,2 = 6,6 \cdot 10^4$ Дж

Теплота нагревания образованной воды от 0°С до 100°С $Q_{нагр} = c \cdot m_2 \cdot (100 - 0) = 4200 \cdot 0,2 \cdot 100 = 8,4 \cdot 10^4$ Дж

Как видно, $Q_{отдан} = Q_{пар} = 4,6 \cdot 10^5$ Дж больше, чем $Q_{получ} = Q_{пл} + Q_{нагр} = 1,5 \cdot 10^5$ Дж. Следовательно, пар конденсируется не весь, а лишь некоторая масса $m_п$. Тогда установившаяся температура t = 100ºC.

Уравнение теплового баланса: $L \cdot m_п = Q_{пл} + Q_{нагр}$, $m_п = \frac{6,6 \cdot 10^4 + 8,4 \cdot 10^4}{2,3 \cdot 10^6} = 0,065$кг

Масса полученной воды $m = m_1 + m_п = 0,2 + 0,065 \approx 0,27$кг

Ответ: t = 100ºC; m = 0,27 кг.

Задача №4

При параллельном соединении плиток: $P = \frac{U^2}{R_1} + \frac{U^2}{R_2}$, U – общее напряжение, R_1, R_2 – сопротивления плиток.

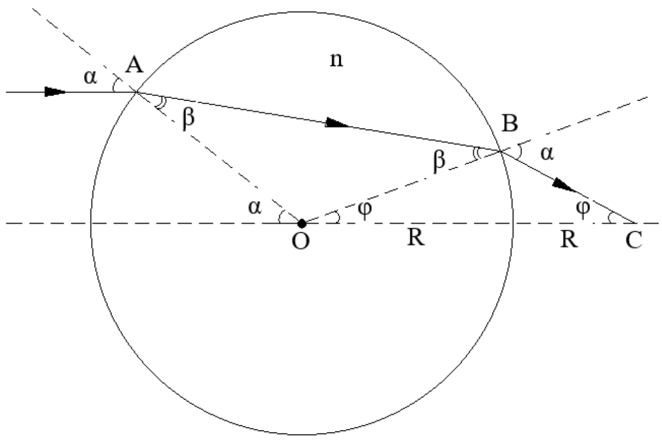
По условию $\frac{U^2}{R_1} = P_1$, тогда $P = P_1 + \frac{U^2}{R_2}$.

При последовательном соединении плиток: $P_x = \frac{U^2}{R_1 + R_2}$, или $\frac{1}{P_x} = \frac{R_1}{U^2} + \frac{R_2}{U^2}$, или $\frac{1}{P_x} = \frac{1}{P_1} + \frac{1}{P - P_1}$;

$$P_x = \frac{P_1 \cdot (P - P_1)}{P} = \frac{900 \cdot (1500 - 900)}{1500} = 360\text{Вт}$$

Ответ: P_x = 360Вт.

Задача №5



Согласно закону преломления $n = \frac{\sin\alpha}{\sin\beta}$. Из треугольника AOB: $\angle AOB = 180° - 2\beta$. С другой стороны, $\angle AOB = 180° - \alpha - \varphi$, $\alpha + \varphi = 2\beta$ (1). Из треугольника OBC: внешний угол α равен: α = 2φ, φ = α/2. Подставим в уравнение (1): α + α/2 = 2β; $\frac{\alpha}{\beta} = \frac{4}{3}$ (2). По условию, пучок света узкий, следовательно, углы α и β малы. Тогда sinα = α; sinβ = β, где α и β – в радианах. Тогда $n = \frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{\alpha}{\beta} = \frac{4}{3}$ согласно уравнению (2).

Ответ: n = 4/3.

10 класс

Задача №1

Углы поворота φ_1 и φ_2 часовой и минутной стрелок соответственно: $\varphi_1 = \frac{2\pi}{12\cdot 60}\cdot t$ (рад); $\varphi_2 = \frac{2\pi}{60}\cdot t$ (рад); $\varphi_2 - \varphi_1 = \pi$ (рад), $\frac{2\pi\cdot t}{60} - \frac{2\pi\cdot t}{12\cdot 60} = \pi$, t – в минутах.

Ответ: $t = \frac{600}{11} \approx 32,7$ мин.

Задача №2

Пусть l – длина веревки, x – длина ее несоскользнувшей части, тогда (l – x) – длина соскользнувшей части. Запишем II закон Ньютона для всей веревки и для висящей части: $m\cdot a = m\cdot g\cdot\frac{l-x}{l}$; $m\cdot g\cdot\frac{l-x}{l}\cdot a = m\cdot\frac{l-x}{l}\cdot g - T$, m – масса веревки, a – ее мгновенное ускорение, T – сила натяжения веревки в точке ее изгиба. Исключая ускорение a, получим: $T = \frac{m\cdot g\cdot x\cdot(l-x)}{l^2} = m\cdot g\cdot\frac{x}{l}\cdot(1-\frac{x}{l})$. Сила T как функция $\frac{x}{l}$ - это парабола с координатой вершины $\frac{x}{l} = \frac{1}{2}$; $x = \frac{l}{2}$. Тогда $T_{max} = \frac{m\cdot g}{4}$. По условию, веревка не порвется, если $T \le T_0 = m\cdot g\cdot\frac{l_0}{l}$. Получим $\frac{m\cdot g}{4} \le m\cdot g\cdot\frac{l_0}{l}$, $l_{max} = 4l_0 = 4\cdot 0,5 = 2$ м.

Ответ: $l_{max} = 2$ м.

Задача №3

По условию осталось $m_0 = 0,2m = 0,44$ кг пропана. Пусть V_1 – объем пропана в газообразном состоянии. Тогда $P\cdot V_1 = \frac{m_1}{M}\cdot R\cdot T$, его масса $m_1 = \frac{P\cdot V_1\cdot M}{R\cdot T}$. Плотность жидкого пропана $\rho = \frac{m}{V} = 440$ кг/м^3. Тогда с учетом $m_0 = m_1 + m_2$, $m_0 = \frac{P\cdot M\cdot V_1}{R\cdot T} + \rho\cdot(V - V_1)$, $m_1 = \frac{m - m_0}{\frac{\rho\cdot R\cdot T}{M\cdot P} - 1} \approx 0,125\text{кг} = 125$ г.

Ответ: $m_1 = 125$ г.

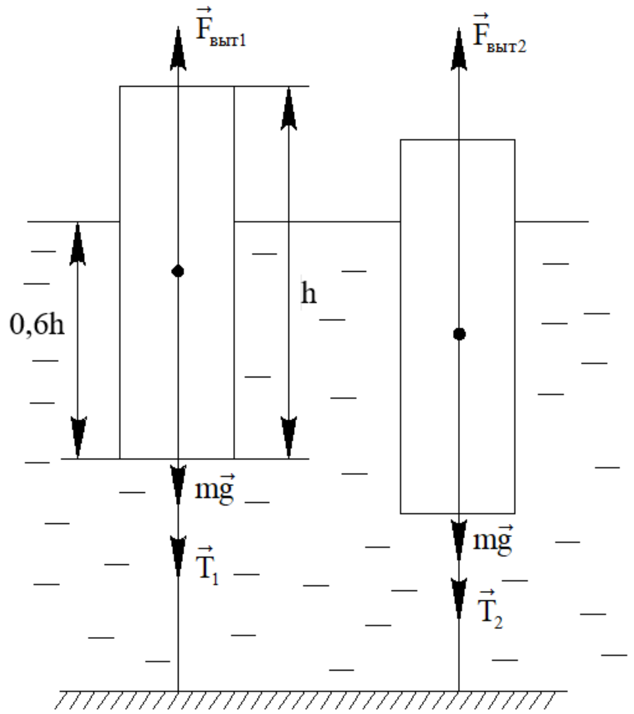
Задача №4

1) Мощность человека $P = F\cdot\upsilon$. Скорость $\upsilon = 2\cdot\pi\cdot n\cdot r$.
$P = 2\cdot\pi\cdot n\cdot r\cdot F = 2\cdot 3,14\cdot 1\cdot 0,08\cdot 20 = 10,05 \approx 10\,\text{Вт}$

2) По закону сохранения энергии $P = 0,2\cdot P + I^2\cdot R + U\cdot I$, отсюда напряжение на зажимах динамомашины: $U = \frac{0,8\cdot P - I^2\cdot R}{I} \approx 7$ В

Ответ: P = 10 Вт, U = 7 В.

Задача №5



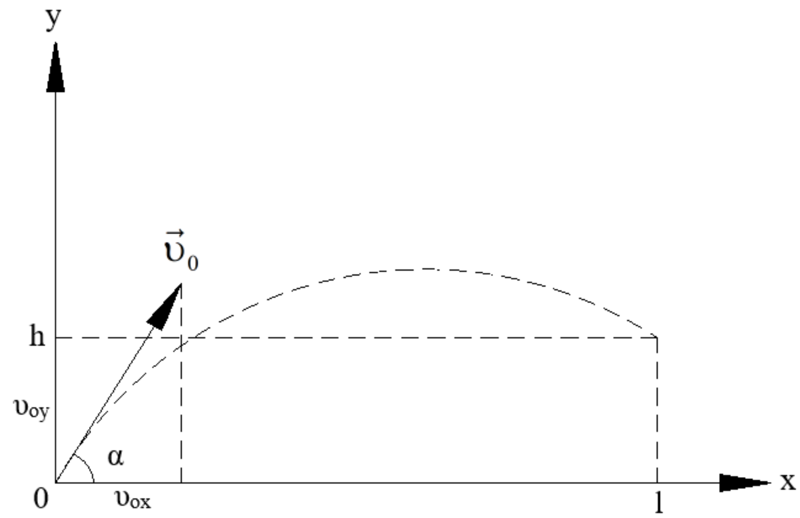
1) Условие равновесия поплавка: $F_{выт1} = m \cdot g + T_1$; $F_{выт1} = \rho_в \cdot 0,6 \cdot h \cdot S \cdot g$; $m = \rho_п \cdot h \cdot S$; $T_1 = S \cdot h \cdot g \cdot (0,6 \cdot \rho_в - \rho_п)$, T1 – сила натяжения нити, S – площадь поперечного сечения цилиндра, h – высота цилиндра.

2) Условие равновесия: $F_{выт2} = m \cdot g + T_2$; $F_{выт2} = \rho_в \cdot 0,8 \cdot h \cdot S \cdot g$; $T_2 = S \cdot h \cdot g \cdot (0,8 \cdot \rho_в - \rho_п)$. По условию: $T_2 = 1,5 \cdot T_1$;
$S \cdot h \cdot g \cdot (0,8 \cdot \rho_в - \rho_п) = 1,5 \cdot S \cdot h \cdot g \cdot (0,6 \cdot \rho_в - \rho_п)$, $\rho_п = 0,2 \cdot \rho_в = 200$ кг/м^3

Ответ: $\rho_п = 200$ кг/м^3

11 класс

Задача №1



$x = \upsilon_0 \cdot \cos\alpha \cdot t$, $y = \upsilon_0 \cdot \sin\alpha \cdot t - \dfrac{g \cdot t^2}{2}$, $l = \upsilon_0 \cdot \cos\alpha \cdot t$, $t = \dfrac{l}{\upsilon_0 \cdot \cos\alpha}$,

$h = l \cdot tg\alpha - \dfrac{g \cdot l^2}{2 \cdot \upsilon_0^2 \cdot \cos^2\alpha}$, $\upsilon_0^2 = \dfrac{g \cdot l^2}{2 \cdot \cos^2\alpha \cdot (l \cdot tg\alpha - h)}$, или

$\upsilon_0^2 = \dfrac{g \cdot l^2}{l \cdot \sin 2\alpha + h \cdot \cos 2\alpha - h} = \dfrac{g \cdot l^2}{\sqrt{l^2 + h^2} \cdot \sin(2\alpha + \varphi) - h}$, где $\varphi = \operatorname{arctg}\dfrac{h}{l}$; $\upsilon_0 = \upsilon_{0\min}$ при

$\sin(2\alpha + \varphi) = 1$; $\upsilon_{0\min} = \sqrt{g \cdot (h + \sqrt{l^2 + h^2})} = \sqrt{10 \cdot (300 + \sqrt{400^2 + 300^2})} \approx 89,4$ м/с.

Ответ: $\upsilon_{0\min} \approx 89,4$ м/с.

Задача №2

По II закону Ньютона $F_{тяги} = m \cdot a$. По условию $F_{тяги} \sim \upsilon$, следовательно, $a = k \cdot \upsilon$, где k – постоянная. Следовательно, $\upsilon'(t) = k \cdot l'(t)$, откуда $\upsilon = k \cdot l + C$, где C – постоянная. Имеем: $\upsilon_1 = k \cdot l_1 + C$, $\upsilon_2 = k \cdot l_2 + C$, $\upsilon_0 = C$ (при l = 0). Получим: $\dfrac{\upsilon_1 - \upsilon_0}{l_1} = \dfrac{\upsilon_2 - \upsilon_0}{l_2}$;

$l_2 = \dfrac{\upsilon_2 - \upsilon_0}{\upsilon_1 - \upsilon_0} \cdot l_1 = \dfrac{60 - 4}{44 - 4} \cdot 50 = 70$ м. Так как скорости в числителе и знаменателе дроби, можно не переводить из км/ч в м/с.

Ответ: $l_2 = 70$ м.

Задача №3

Условие равновесия для пустой бутылки: $m_с \cdot g = F_{выт1}$, или $\rho_с \cdot V_с \cdot g = \dfrac{3}{4} \cdot \rho_в \cdot (V_с + V_0) \cdot g$ (а), $V_с$ – объем стекла. Условие равновесия после подлива воды: $(m_с + m_2) \cdot g = F_{выт2}$, или $(\rho_с \cdot V_с + \rho_в \cdot V_2) \cdot g = \rho_в \cdot (V_с + V_0) \cdot g$ (б). Исключая из уравнений (а) и (б) величину $V_с$, получим: $V_2 = \dfrac{\rho_с \cdot V_0}{(4\rho_с - 3\rho_в)} = \dfrac{2500 \cdot 0,7}{4 \cdot 2500 - 3 \cdot 1000} = 0,25$ л

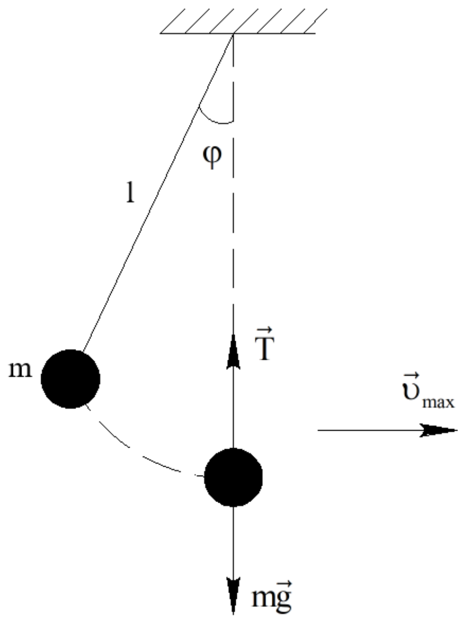
Ответ: $V_2 = 0,25$ л.

Задача №4

Из II закона Ньютона для груза на наклонной плоскости $F - m\cdot g\cdot\sin\alpha - F_{тр} = m\cdot a$; $F_{тр} = \mu\cdot N = \mu\cdot m\cdot g\cdot\cos\alpha$; $F = m\cdot g\cdot(\sin\alpha + \mu\cdot\cos\alpha) + m\cdot a$. Закон сохранения энергии: $0,8\cdot I\cdot U = F\cdot\upsilon + I^2\cdot R$, $U = \dfrac{(F\cdot\upsilon + I^2\cdot R)}{0,8\cdot I} = \dfrac{312\cdot 0,2 + 3^2\cdot 2}{0,8\cdot 3} = 33,5$ В.

Ответ: U = 33,5 В.

Задача №5



Уравнение колебаний: $\varphi = A\sin\omega t$, тогда A = 0,1 рад, $\omega = 10$ с$^{-1}$ – циклическая частота. Угловая скорость $\omega_1 = \varphi'(t) = A\omega\cos\omega t$, линейная скорость $\upsilon_1 = l\omega_1 = A\omega l\cos\omega t$, $\upsilon_{max} = A\omega l = 0,1\cdot 10\cdot 0,1 = 0,1$ м/с. По II закону Ньютона $T_{max} - m\cdot g = m\cdot a_ц$; $a_ц = \dfrac{\upsilon_{max}^2}{l}$; $T_{max} = m\cdot(g + \dfrac{\upsilon_{max}^2}{l}) = 0,2\cdot(10 + \dfrac{0,1^2}{0,1}) = 2,02$ Н.

Ответ: υ_{max} = 0,1 м/с, T_{max} = 2,02 Н.